

引用格式: 陈昌富, 梁晓腾, 张根宝. 考虑土体变形与界面剪切耦合作用锚杆拉拔响应[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(23): 276—280  
Chen Changfu, Liang Xiaoteng, Zhang Genbao. Pullout response of anchor under coupled effect of soil deformation and interface shear[J].  
Science Technology and Engineering, 2018, 18(23): 276—280

建筑科学

# 考虑土体变形与界面剪切耦合作用 锚杆拉拔响应

陈昌富 梁晓腾 张根宝  
(湖南大学岩土工程研究所, 长沙 410082)

**摘要** 针对土层锚杆在拉拔荷载作用下的轴向变形问题, 考虑锚杆周边土体变形与锚-土界面剪切的耦合作用, 建立了表征锚杆锚固体荷载传递机理的有限差分物理模型。通过数值编程求解该模型, 获得了不同拉拔荷载水平下的锚杆轴向变形和土体剪切变形的解答, 从而明确了锚固体在拉拔过程中荷载变形曲线和沿杆体长度方向的轴力分布规律。方法与荷载传递方法和剪切位移法等对某实际工程中灌浆锚杆案例进行分析, 将各方法所获解答与实测数据进行了对比分析。结果表明: 考虑土体变形与界面剪切耦合的模型可以获得与实测数据更为吻合的荷载位移曲线和轴力分布, 验证了该模型的优越性和准确性。

**关键词** 耦合作用 数值解答 界面剪切模型 剪应力分布 土体变形  
**中图分类号** TU473.12; **文献标志码** A

锚杆是用来保持土坡稳定性的一种有效措施。锚-土界面和拉杆的承载能力是影响锚杆锚固性能的重要因素。由于拉杆的抗拉强度相对较高, 故锚-土界面的抗剪强度成为决定锚固系统承载力的关键因素。

对于锚杆的锚固机理及其荷载传递特性, 目前已积累了较多研究成果; 比如, Benmokrane 等<sup>[1]</sup>、荣冠等<sup>[2]</sup>研究了拉杆与锚固体锚固性能; Serrano 和 Olalla<sup>[3]</sup>给出了锚固粘结强度的经验公式; 张季如和唐保付<sup>[4]</sup>假定锚固体表面摩阻力与剪切位移呈线性关系, 建立了锚杆荷载传递的双曲函数模型; Kim 等<sup>[5]</sup>假设锚-土界面为理想弹塑性模型, Xiao 和 Chen<sup>[6]</sup>、Ren 等<sup>[7]</sup>、Ma 等<sup>[8]</sup>假定锚-土界面为三折线软化模型, 黄明华等<sup>[9]</sup>假定锚-土界面呈双指数曲线模型, 分别采用解析或数值方法研究了锚杆的荷载传递机理。

但是, 现有研究成果未能明确揭示出锚杆真实的荷载传递机制, 它们要么只关注锚固界面本身的剪切特性及其粘结滑移模型(荷载传递法), 要么忽略界面粘结滑移而只考虑界面剪应力传播引起的土体剪切变形(剪切位移法)。实际上, 锚杆的总位移

是锚-土界面相对滑移和界面附近土体剪切变形共同作用的结果, 界面剪切力与土体剪切变形之间存在明显的耦合作用。目前考虑该耦合效应锚杆荷载传递特性的研究成果很少。陈崇茵<sup>[10]</sup>和段建等<sup>[11]</sup>分别将锚-土界面假定为双曲线模型和一次跌落模型, 并采用剪切位移法计算界面外土体剪切变形, 研究了锚杆的荷载传递特性。但他们的界面模型参数是根据现场试验的荷载与位移关系得到, 这显然不合理, 因为现场试验测得的位移是界面剪切滑移与界面外土体剪切位移之和。最合理的做法是, 锚-土界面模型参数应根据针对界面的剪切试验来确定。此外, 双曲线模型比较适合较密实砂土中压力注浆锚杆的锚-土界面, 而一次跌落模型适合岩石锚杆的锚-岩界面, 对于大多数一般土层中的无压(或低压)注浆锚杆的锚-土界面, 采用三折线软化模型最为合适。

因此, 基于针对锚-土界面剪切试验结果<sup>[12]</sup>, 采用三折线软化模型模拟锚-土界面剪切变形特性, 将刻画界面剪切应力沿锚固体长度方向传递特性的荷载传递法<sup>[13]</sup>与刻画界面剪切应力在土体中沿锚杆半径方向传播特征的剪切位移法<sup>[14]</sup>结合起来, 建立出锚杆荷载传递的控制微分方程, 求解得到锚杆杆体变形、锚杆轴力分布和杆端荷载-位移曲线, 并结合实际工程算例, 验证本文方法的有效性和准确性。

2018年3月16日收到 国家自然科学基金(41572298)资助  
第一作者简介: 陈昌富(1963—), 男, 博士, 教授。研究方向: 边坡工程及支挡结构、地基处理等。E-mail: cfchen@163.com。

### 1 锚杆荷载传递特性分析

#### 1.1 锚杆真实荷载传递机制

实际工程中,锚杆在轴向荷载作用下会在锚固体周边土体中形成一层很薄的剪切带(图1),剪切带的剪应力传播到更外层土体,则导致锚-土界面薄层外的土体发生弹性位移。如图1所示,锚固体位移  $s$  主要包括该剪切带的剪切变形  $s_a$  (界面剪切破坏后则为滑移位移) 以及界面以外土体的剪切变形  $s_s$ 。

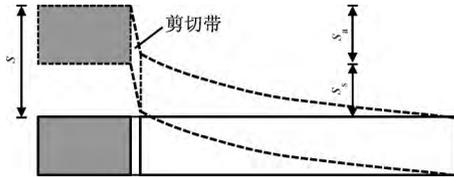


图1 锚杆变形示意图

Fig.1 Anchor deformation diagram

以往锚杆锚固体的轴向变形计算常用荷载传递法,其假定锚杆外围土体不发生位移,锚-土界面的剪切位移即可作为锚杆的轴向位移;也有采用剪切位移法,它假定锚-土界面不发生位移,锚杆外围土体在剪应力传递过程中发生剪切位移。显然,这两种方法都不能准确刻画锚杆真实的荷载传递机制。因此,本文综合考虑锚-土界面位移与锚杆外围土体位移,建立一种新的基于荷载传递法和剪切位移法的锚杆锚固荷载传递分析计算模型。

#### 1.2 计算假定

基于以上分析,所建立的锚杆拉拔荷载作用下的荷载传递分析模型将采用以下基本假设。

(1) 锚杆为弹性杆件,锚杆与土体之间存在相对位移,该相对位移唯一对应锚-土界面剪切应力值。

(2) 锚杆周围土体以承受剪切变形为主,将锚杆周围土体视为同心圆柱体,剪应力传递引起周围土体产生变形,从而导致锚-土相对位移的变化。

(3) 锚杆受拉拔荷载作用产生的轴向位移  $s$  分为两部分,即锚-土界面剪切位移  $s_a$  与锚杆外围土体位移  $s_s$ ,分别采用荷载位移法和剪切位移法计算,即有

$$s = s_a + s_s \tag{1}$$

#### 1.3 锚-土界面剪切变形特性

锚杆受到拉力  $P$  的作用时,靠近锚杆的土体(锚-土界面薄层)会产生较大剪切位移  $s_a$ 。荷载传递法将锚杆分散为若干个单元,用传递函数来描述锚杆单元轴向位移与剪切应力的关系。根据荷载传递法,可以得到

$$\frac{ds(z)}{dz} = \frac{Q(z)}{E_p A_p} \tag{2}$$

$$\frac{d^2s(z)}{dz^2} = \frac{4}{DE_p} \tau(z) \tag{3}$$

式中,  $Q(z)$  为锚杆轴力;  $D$  为锚杆直径;  $\tau(z)$  为  $z$  深度处的锚-土界面剪切应力;  $s(z)$  为  $z$  深度处锚杆轴向位移;  $E_p$  为锚杆弹性模量;  $A_p$  为锚杆横截面面积。

锚-土界面薄层的剪切变形特性采用三折线本构模型(如图2)描述,其表达式为

$$\tau = ks_a + c \tag{4}$$

式(4)中  $k$  和  $c$  的取值如下:

$$\text{弹性阶段: } 0 \leq s_a \leq s_1, k = \frac{\tau_1}{s_1}, c = 0;$$

$$\text{软化阶段: } s_1 \leq s_a \leq s_2, k = \frac{\tau_1 - \tau_2}{s_1 - s_2},$$

$$c = \frac{\tau_2 s_1 - \tau_1 s_2}{s_1 - s_2};$$

$$\text{残余阶段: } s_a \geq s_2, k = 0, c = 0.$$

其中  $\tau$  和  $s_a$  分别为锚-土界面的剪切应力和剪切位移;  $\tau_1$  和  $s_1$  分别为锚-土界面的最大剪切应力和其对应的剪切位移;  $\tau_2$  和  $s_2$  分别为锚-土界面的残余剪切应力和其对应的剪切位移。

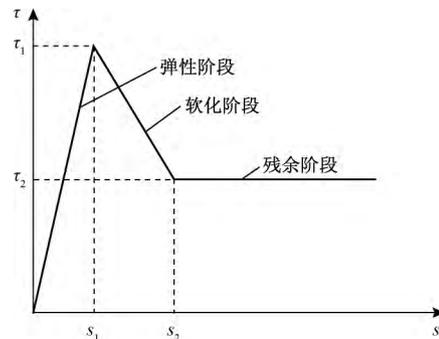


图2 三折线本构模型

Fig.2 Triple-line constitutive model

#### 1.4 锚杆外围土体剪切变形特性

锚-土界面薄层之外的锚杆外围土体在剪切应力的作用下,会产生由近及远的弹性位移  $s_s$ ,可以采用剪切位移法计算锚杆外围土体的剪切位移。

根据剪应力传递条件  $z$  深度处距离锚杆中心  $r$  处土体剪切应力  $\tau_{zr}$  和剪切位移  $s_{zr}$  关系为

$$\tau_{zr} = G_s \frac{ds_{zr}}{dr} \tag{5}$$

式(5)中,  $G_s$  为坐标  $(z, r)$  处土体在锚杆轴向的剪切模量,此处假设锚杆外围土体均匀且各向同性,  $G_s$  为定值。

根据平衡条件可知:

$$\tau_{zr} = \tau \frac{D}{2r} \tag{6}$$

联立式(5)和式(6)得到:

$$ds_{zr} = \frac{\tau_{zr}}{G_s} dr = \frac{\tau D}{2G_s} \frac{dr}{r} \quad (7)$$

对式(7)积分得到:

$$s_s = \frac{\tau D}{2G_s} \int_{r_0}^{r_m} \frac{dr}{r} = \frac{\tau D}{2G_s} \ln \frac{r_m}{r_0} \quad (8)$$

式(8)中  $r_m$  为锚杆周边土剪切变形影响范围,参照基桩研究成果取  $r_m = 6r_0 \sim 20r_0$ 。

## 2 锚杆拉拔分析

联立式(1)、式(3)和式(4)得到:

$$\frac{d^2 s}{dz^2} = \frac{4k(s - s_s) + 4c}{DE_p} \quad (9)$$

现将长度为  $L$  的锚杆分为  $n$  个微元段,如图3所示,当微元段数  $n$  足够大时,式(9)可改写为如下有限差分形式:

$$\frac{\frac{s^{(i+1)} - s^{(i)}}{z^{(i+1)} - z^{(i)}} - \frac{s^{(i)} - s^{(i-1)}}{z^{(i)} - z^{(i-1)}}}{2} = \frac{4k[s^{(i)} - s_s^{(i)}] + 4c}{DE_p} \quad (10)$$

式(10)中,上标  $i$  为所在的微元段标号(图3)。

对式(10)进行改写得到:

$$DE_p \left[ \frac{s^{(i+1)} - s^{(i)}}{z^{(i+1)} - z^{(i)}} - \frac{s^{(i)} - s^{(i-1)}}{z^{(i)} - z^{(i-1)}} \right] = 2[k(i)s^{(i)} - k(i)s_s^{(i)} + c(i)][z^{(i+1)} - z^{(i-1)}] \quad (11)$$

式(11)中  $k(i)$  与  $c(i)$  为第  $i$  微元段的  $k$  值与  $c$  值。

对于  $i=1$ ,式(11)改写为

$$DE_p \frac{s^{(2)} - s^{(1)}}{z^{(2)} - z^{(1)}} = 4[k(1)s^{(1)} - k(1)s_s^{(1)} + c(1)][z^{(2)} - z^{(1)}] \quad (12)$$

对于  $i=n$ ,当锚杆未受力时,式(11)为

$$DE_p \left[ -\frac{s^{(n)} - s^{(n-1)}}{z^{(n)} - z^{(n-1)}} \right] = 4[k(n)s^{(n)} - k(n)s_s^{(n)} + c(n)][z^{(n)} - z^{(n-1)}] \quad (13)$$

对于  $i=n$ ,锚杆受到拉拔荷载  $P$  的作用,式(11)改写为

$$A_p E_p \left[ -\frac{s^{(n)} - s^{(n-1)}}{z^{(n)} - z^{(n-1)}} \right] = \pi D [k(n)s^{(n)} - k(n)s_s^{(n)} + c(n)][z^{(n)} - z^{(n-1)}] - P \quad (14)$$

对于  $i=1, n$  时,锚固段两端并未注浆,此时锚

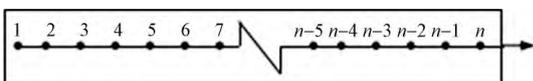


图3 锚杆微元段示意图

Fig. 3 Diagram of anchorage element segment

杆与土体之间没有粘结,即  $k=0, c=0$ ,改写式(12)与式(14)得到:

$$s^{(2)} - s^{(1)} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{s^{(n)} - s^{(n-1)}}{z^{(n)} - z^{(n-1)}} = \frac{P}{AE_p} \quad (16)$$

将不同微元段代入式(11)、式(15)和式(16),可以得到  $n$  个不同的递推方程。式(11)中除了锚杆结点轴向位移  $s$  之外,还含有单元段对应的界面周边土体位移  $s_s$ 。界面周边土体位移  $s_s$  一方面需要根据界面剪切应力由式(8)确定,另一方面则联合锚杆单元段轴向位移  $s$  通过式(4)决定界面剪切应力,从而形成耦合。方程组无法求得显示解析解答,下面将通过数值迭代计算对其进行求解。

## 3 数值计算方法

除了第2节中描述的界面周边土体位移与界面剪切应力之间的耦合关系之外,考虑到界面剪切模型,即式(4)为分段函数,式(11)中的  $k$  与  $c$  在初始赋值时,亦需要进行试算迭代。针对以上两个问题,提出了以下的数值求解模型,具体计算步骤如下。

(1) 首先假定锚杆底端的轴向拉伸位移  $s^{(1)}$ 。

(2) 将  $s^{(1)}$  值代入式(15),解答得到  $s^{(2)}$ 。

(3) 当  $1 < i < n$  时,将未知数代入式(11),化简后得到各微元段的锚杆拉伸位移  $s^{(i)}$ ,其对应的锚杆外围土体位移为

$$s_s^{(i)} = \frac{[k(i)s_a^{(i)} + c(i)]D}{2G_s} \ln \frac{r_m}{r_0} \quad (17)$$

将式(17)代入式(1)得到

$$s_a^{(i)} \left( \frac{k(i)D}{2G_s} \ln \frac{r_m}{r_0} + 1 \right) = s^{(i)} - \frac{c(i)D}{2G_s} \ln \frac{r_m}{r_0} \quad (18)$$

对式(18)整理得到:

$$s_a^{(i)} = \frac{s^{(i)} - \frac{c(i)D}{2G_s} \ln \frac{r_m}{r_0}}{\frac{k(i)D}{2G_s} \ln \frac{r_m}{r_0} + 1} \quad (19)$$

将式(19)计算得到的值代入式(4),得到各个微元段的剪切应力  $\tau^{(i)}$ 。各微元段的轴力计算为

$$Q^{(i)} = \frac{\pi DL}{n} \sum_{j=1}^i \tau^{(j)} \quad (20)$$

式(20)中  $L$  为锚杆锚固长度。

(4) 计算精度检验。将计算结果代入式(16)得到:

$$\delta = \frac{s^{(n)} - s^{(n-1)}}{z^{(n)} - z^{(n-1)}} DE_p - P \quad (21)$$

式(21)中  $\delta$  为计算结果的误差,在计算中可以设置计算精度要求,如果误差过大,则进行下一次迭代,

直到精度符合要求为止。

## 4 工程实例

为了检验本文方法及基本假设的合理性,现以文献[4]中某工程 M3 号锚杆为例进行计算。该锚杆锚固于硬塑黏土中,锚固段长度 17.5 m,直径  $d = 130$  mm,锚固段弹性模量  $E_p = 20$  GPa。针对该实例,综合相关文献资料<sup>[12,15,16]</sup>取三折线界面剪切模型参数分别为: $s_1 = 6$  mm,  $s_2 = 20$  mm,  $\tau_1 = 105$  kPa,  $\tau_2 = 70$  kPa。

### 4.1 锚杆荷载-位移曲线

采用本文公式与假定,使用上述模型参数,可以得到锚杆加载过程中的杆端荷载-位移曲线(图4)。作为对比,基于同一界面模型,采用传统的剪切位移法和荷载传递法,文献[10]和文献[11]方法分别对该实例进行分析,得计算结果如图4所示。

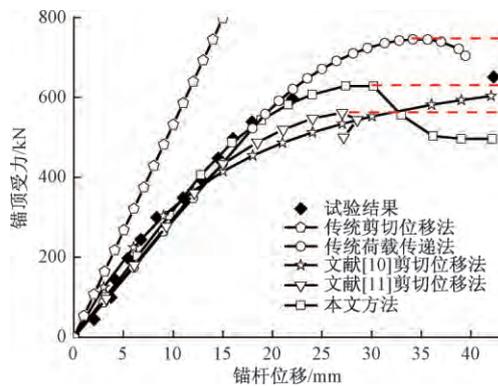


图4 M3号锚杆荷载-位移曲线

Fig. 4 Load-displacement curve of anchor M3

在图4中,文献[10,11]和本文方法的计算结果曲线在锚杆荷载过最大值后出现回落,这是由于锚-土界面抗剪强度过峰值后产生降低(软化)所致。然而实测值则在最大值后基本保持不变,但位移急剧增加,这是因为现场荷载试验一般采用应力控制加载,在荷载达到锚杆最大承载力后位移会快速急剧增加,压力表很难及时捕捉到锚杆实际受力值,但如果采用位移控制式加载,则可测出荷载过最大值后的回落值。

由图4可知,本文方法得到的锚杆荷载-位移曲线走势与实测曲线更为贴合,尤其是在线弹性阶段之后,其他方法计算结果则明显偏离实测曲线,这说明本文方法的计算结果更符合实际,可靠性更高。

### 4.2 锚杆轴力分布曲线

图5为不同荷载下锚杆轴力沿杆长的变化曲线,本文模型计算结果同样较准确地反映了锚杆轴力的实际分布。由此进一步说明,本文方法的有效性和准确性是可靠的。

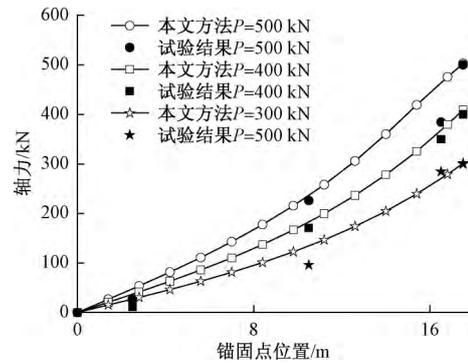


图5 M3号锚杆轴力分布曲线

Fig. 5 Axial force distribution curve of anchor M3

## 5 结论

本文揭示了锚杆真实荷载传递机制,提出了一种可考虑锚杆界面剪切与周边土体变形耦合的锚杆受力变形计算模型,并通过有限差分法对模型进行求解。通过对某一工程实例进行分析计算,验证了本文计算模型的合理性和有效性,并可得到以下几点结论:

(1) 三折线锚-土界面剪切位移模型可以较准确地表征土层锚杆界面抗剪强度的发挥过程。

(2) 传统的荷载传递法以及剪切位移法均未能合理刻画土层锚杆的荷载传递机理,本文考虑界面剪切和土体变形耦合所建立的荷载传递模型可以更加合理地表征土层锚杆的承载机制。

(3) 土体变形发展模式对锚-土界面抗剪切作用的影响值得进一步研究。

## 参 考 文 献

- Benmokrane B, Chennouf A, Mitri H S. Laboratory evaluation of cement-based grouts and grouted rock anchors. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1995; 32(7): 633-642
- 荣冠,朱焕春,周创兵. 螺纹钢与圆钢锚固工作机理对比试验研究. *岩石力学与工程学报*, 2004; 23(7): 469-475  
Rong Guan, Zhu Huanchun, Zhou Chuangbing. Testing study on working mechanism of fully grouted bolts of thread steel and smooth steel. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004; 23(7): 469-475
- Serrano A, Olalla C. Tensile resistance of rock anchors. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 1999; 36(4): 449-474
- 张季如,唐保付. 锚杆荷载传递机理分析的双曲函数模型. *岩土工程学报*, 2002; 24(2): 188-192  
Zhang Jiru, Tang Baofu. Hyperbolic function model to analyze load transfer mechanism on bolts. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering* 2002; 24(2): 188-192
- Kim N K, Park J S, Kim S K. Numerical simulation of ground anchors. *Computers and Geotechnics* 2007; 34(6): 498-507

- 6 Xiao S J , Chen C F. Mechanical mechanism analysis of tension type anchor based on shear displacement method. *Journal of Central South University of Technology* , 2008; 15( 1) : 106—111
- 7 Ren F F , Yang Z J , Chen J F , *et al.* An analytical analysis of the full-range behaviour of grouted rockbolts based on a tri-linear bond-slip model. *Construction and Building Materials* , 2010; 24 ( 3 ) , 361—370
- 8 Ma S Q , Zhao Z Y , Nie W , *et al.* A numerical model of fully grouted bolts considering the tri-linear shear bond-slip model. *Tunnelling and Underground Space Technology* , 2016; 54: 73—80
- 9 黄明华, 李嘉成, 赵明华, 等. 岩体离层作用下锚杆受力特性全历程分析. *岩石力学与工程学报* , 2017; 36( 9) : 2177—2184  
Huang Minghua , Li Jiacheng , Zhao Minghua , *et al.* Full-range analysis on mechanical characteristics of bolts in rock mass with bedding separation. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering* , 2017; 36( 9) : 2177—2184
- 10 陈棠茵. 剪切位移传递法分析抗浮锚杆应力状态. *水文地质工程地质* , 2008; ( 1) : 36—39  
Chen Tangyin , Analysis of stress state of anti-floating anchor by shear displacement transfer method. *Hydrogeology & Engineering Geology* 2008; ( 1) : 36—39
- 11 段 建, 言志信, 郭锐剑, 等. 土层锚杆拉拔界面松动破坏分析. *岩土工程学报* , 2012; 34( 5) : 936—941  
Duan Jian , Yan Zhixin , Guo Ruijian , *et al.* Failure analysis of soil anchors induced by loose interface under pullout load. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering* , 2012; 34( 5) : 936—941
- 12 陈昌富, 梁冠亭, 汤 宇, 等. 锚杆锚固体与土体界面特性室内测试新方法. *岩土工程学报* , 2015; 37( 6) : 1115—1122  
Chen Changfu , Liang Guanting , Tang Yu , *et al.* Anchoring solid-soil interface behavior using a novel laboratory testing technique. *Chinese Journal of Geo-technical Engineering* , 2015; 37 ( 6) : 1115—1122
- 13 Seed H B , Reese L C. The action of soft clay along friction piles. *ASCE* , 1957; 122( 8) : 731—754
- 14 Cooke R W , Price G. Strains and displacements around friction piles. 8th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering , Kew: The National Archives , 1973: 1132—1141
- 15 陈昌富, 汤 宇, 梁冠亭. 剪切模量随深度呈指数函数增大地基中锚杆弹塑性分析. *中南大学学报( 自然科学版)* , 2016; 47( 3) : 905—912  
Chen Changfu , Tang Yu , Liang Guanting. Elastic-plastic analysis for bolts in ground with shear modulus increasing following an exponential function with depth. *Journal of Central South University ( Science and Technology)* , 2016; 47( 3) : 905—912
- 16 陈昌富, 梁冠亭, 汤 宇. 层状地基中锚杆拉拔受力变形特性分析. *中国公路学报* , 2015; 28( 7) : 1—9 , 17  
Chen Changfu , Liang Guanting , Tang Yu. Analysis of pull-out mechanical and deformation characteristics for bolts in layered ground. *China Journal of Highway and Transport* , 2015; 28( 7) : 1—9 , 17

## Pullout Response of Anchor under Coupled Effect of Soil Deformation and Interface Shear

CHEN Chang-fu , LIANG Xiao-teng , ZHANG Gen-bao

( Institute of Geotechnical Engineering , Hunan University , Changsha 410082 , China)

**[Abstract]** Axial deformation of soil anchor subjected to pullout force was investigated by establishing a finite difference physical model , which accounted for coupled interaction of soil deformation and anchor-soil interface shear in characterization of load transfer mechanisms of soil anchor. Numerical programming was used to implementation of solutions for axial deformation , axial stress distribution along the entire length of anchor , under varying pull-out load. Comparisons of this proposed method , conventional load transfer method and shear displacement method was performed in computational analyses for a practical case with available measurements. Better agreement with measured load-displacement curve was observed for results of the proposed method , which demonstrated the superiority and accuracy of this model considering above coupled effect.

**[Key words]** couple effect    numerical solution    interface shear model    shear stress distribution    soil deformation