



土木与环境工程学报(中英文)  
*Journal of Civil and Environmental Engineering*  
ISSN 2096-6717,CN 50-1218/TU

## 《土木与环境工程学报(中英文)》网络首发论文

题目: 基于双界面滑移耦合的水泥土锚杆荷载传递模型  
作者: 张根宝, 陈昌富, 徐长节, 陈海军  
收稿日期: 2021-08-25  
网络首发日期: 2021-12-02  
引用格式: 张根宝, 陈昌富, 徐长节, 陈海军. 基于双界面滑移耦合的水泥土锚杆荷载传递模型[J/OL]. 土木与环境工程学报(中英文).  
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1218.TU.20211130.1321.002.html>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。



## 基于双界面滑移耦合的水泥土锚杆荷载传递模型

张根宝<sup>1a,1b</sup>, 陈昌富<sup>2</sup>, 徐长节<sup>3</sup>, 陈海军<sup>1a</sup>

(1. 湖南城市学院 a.土木工程学院; b. 城市地下基础设施结构安全与防灾湖南省工程研究中心, 湖南 益阳 413000; 2. 湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082; 3. 江西省地下空间技术开发工程研究中心, 南昌 330013)

**摘要:** 水泥土锚杆的承载过程伴随筋体-粘结体界面和粘结体-岩土体界面的粘结强度调动, 界面剪应力的径向传播机制受到不同界面附近材料的应力和变形条件影响, 对水泥土锚杆进行荷载传递分析需要考虑双界面的剪切变形耦合。结合锚杆受力变形分析常用的荷载传递法和剪切位移法, 将二者分别用于界面剪应力在锚杆轴向和径向引起的变形分析计算, 考虑锚杆双界面的剪应力与剪切变形耦合, 建立基于界面特性测试的水泥土锚杆双界面滑移耦合荷载传递分析模型。通过水泥土的材料性质试验, 以及单元体尺度和模型试验尺度的水泥土锚杆拉拔试验, 获得了模型的计算参数取值, 并验证了该模型对锚杆拉拔响应的预测能力。

**关键词:** 水泥土锚杆; 双界面; 单元体试样; 剪切变形; 荷载传递分析  
**中图分类号:** TU476 **文献标志码:** A

## Load-transfer model of soil mixing anchors based on coupled dual-interface slips

ZHANG Genbao<sup>1a,1b</sup>, CHEN Changfu<sup>2</sup>, XU Changjie<sup>3</sup>, CHEN Haijun<sup>1a</sup>

(1a. College of Civil Engineering; 1b. Hunan Engineering Research Center for Structural Safety and Disaster Prevention of Urban Underground Infrastructure, Hunan City University, Yiyang 413000, Hunan, P. R. China; 2. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, P. R. China; 3. Jiangxi Engineering Research Centre for Development of Underground Space Technology, Nanchang 330013, P. R. China)

**Abstract:** The load-transfer modelling of soil mixing anchor is deemed to take the coupling of dual-interface slip into account. It is essentially caused by the mobilization of bond strength for both the reinforcement-binder and the binder-matrix interfaces, and the impact of stress and strain conditions of materials adjacent to the interfaces on the propagation of interface shear stress. A newly developed load-transfer modelling framework of soil mixing anchor accounting for the coupling of dual-interface slips was presented in this work based on interface characterization. This framework was established by integrating load-transfer method and shear displacement method, conventionally used in anchor behavior analysis, to solve for the straining of soil mixing anchor induced by interface shear stress in axial and radial directions, respectively. Laboratory testing including mechanical characterization of cemented soils, pullout tests on soil mixing anchor using elementary specimen and model specimen were carried out to calibrate the parameters in modeling and to validate the predicting capability for the pullout response of the

收稿日期: 2021-08-25

基金项目: 国家自然科学基金(51725802、51908201); 湖南自然科学基金(2020JJ5024); 长沙市科技项目(kq2004013)

作者简介: 张根宝(1988-), 男, 博士, 主要从事岩土锚固工程和岩土功能材料研究, E-mail: genbao@hncu.edu.cn.

Received: 2021-08-25

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (No. 51725802, 51908201); Natural Science Foundation of Hunan (No. 2020JJ5024); Science and Technology Plan of Changsha (No. kq2004013)

Author brief: ZHANG Genbao (1988-), PhD, main research interests: geotechnical anchorage engineering and geotechnical functional materials, E-mail: genbao@hncu.edu.cn.

presented modelling framework. The concluding remarks obtained in this work can provide insights to the improvement of design theories and application promotion for the soil mixing anchors.

**Keywords:** soil mixing anchor; dual-interface; elementary specimen; shear deformation; load-transfer modelling

锚杆锚固体是岩土工程中广泛应用的承载体, 随着材料组分、现场工况的迭代更新, 各种新型锚杆类型逐渐涌现, 相应的荷载传递机理和设计计算理论也随之成为研究热点<sup>[1]</sup>。从锚杆材料组分的角度看, 锚杆筋体材料已从传统的钢筋和钢绞线等, 扩展到抗腐蚀性能更优的纤维增强树脂材料<sup>[2]</sup>和应用与遗址保护的竹木材料<sup>[3]</sup>等, 黏结材料也从传统的水泥砂浆拓展到树脂<sup>[4]</sup>以及水泥土<sup>[5]</sup>等; 从现场工况的角度看, 地基层状特性、地基土弱化特性、岩体离层作用、拉剪共同作用等复杂工况得到研究者较多关注, 并针对性地提出了具体的锚杆承载特性分析模式<sup>[6-9]</sup>。值得说明的是, 虽然锚杆的组分材料和服役工况得到了进一步发展, 但锚杆承载过程分析框架变化不大, 基本沿着锚固界面黏结滑移和径向剪应力传播两种路径分析锚固体的轴力和轴向位移等响应, 前者常被统称为荷载传递法<sup>[10-11]</sup>, 后者则被称作剪切位移法<sup>[12-13]</sup>。近年来, 也出现了基于小孔扩张理论的锚杆承载过程分析, 但尚停留在设计锚固力评估和锚固界面强度预测等极限状态分析<sup>[14]</sup>。此外, 光纤光栅等测试技术的发展也促进了一种基于现场监测数据的锚杆承载过程实时分析, 即在受力变形分析模型中所采用的锚固界面模型可以根据锚杆轴力等监测数据进行动态调整<sup>[15]</sup>。综合来看, 荷载传递法和剪切位移法是基于锚杆材料和界面力学模型的解析方法, 相比基于小孔扩张和光纤光栅监测的分析方法, 可以实现锚杆承载全过程的力学响应预测, 从而在各参数物理

意义明确的条件下深入揭示锚杆荷载传递机理。

虽然锚杆承载涉及黏结体和筋体 (T-B) 以及黏结体与岩土体 (B-M) 两个界面, 如图 1 所示意, 锚杆锚固体系的设计计算一般基于最不利工况, 只需要关注最薄弱界面及其相关的材料变形<sup>[16]</sup>。通常情况下, B-M 界面强度要弱于 T-B 界面, 锚杆承载过程分析框架多为基于 B-M 界面的单界面分析, 并假设 T-B 界面不发生相对滑移<sup>[17-18]</sup>。在确定了最薄弱界面后, 需要进一步确定该界面两侧的材料变形才能得到界面荷载响应, 如土层灌浆锚杆受力变形分析一般考虑筋体与粘结体作为锚固体的轴向拉伸变形以及土体的剪切变形<sup>[6,8]</sup>; 岩层灌浆锚杆分析则考虑注浆体的剪切变形和岩体的压剪变形<sup>[13]</sup>。然而, 对于水泥土锚杆, 其粘结体为水泥搅拌土, 其强度变形特性要逊于水泥砂浆, 应用地层则多为软土层, 其强度特性也劣于一般粘土层, 其承载过程同时伴随 T-B 界面和 B-M 界面的剪切变形和界面强度调动<sup>[5]</sup>。因此, 对水泥土锚杆进行受力变形分析时需要考虑 T-B 和 B-M 两个界面共同剪切滑移下的协同承载, 并着重分析黏结体的剪切变形和地层的压剪变形。需要指出的是, 在剪应力传播过程中, T-B-M 三者在界面附近会产生相对位移, 相对位移大小决定了界面剪应力的分布, 同时界面剪应力又决定了界面附近材料的剪切变形大小并进一步影响界面相对位移大小, 因此, 界面剪切强度的发挥过程涉及界面剪应力与界面相对位移之间的相互耦合<sup>[19]</sup>。

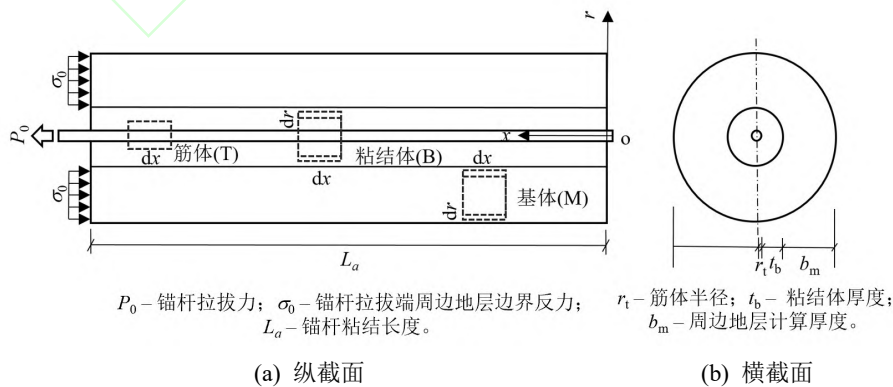


图 1 锚杆双界面组成示意图  
Fig.1 Schematic of dual-interface composition of anchor

笔者综合荷载传递法和剪切位移法在锚杆承载分析中的优势, 提出一种可以考虑 T-B 和 B-M 双

界面剪切滑移耦合的锚杆受力变形分析方法, 并通过开展 T-B 和 B-M 界面黏结滑移特性测试以及水

泥土中加筋体拉拔模型试验, 对该方法荷载传递分析的有效性和拉拔响应预测的准确性进行验证。

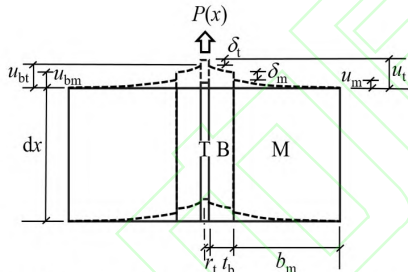
## 1 基本假设

### 1.1 边界条件与变形模式

由于水泥土锚杆的破坏一般由界面失效引起, 即界面强度一般都小于材料抗拉强度和抗剪强度<sup>[5]</sup>。为了简化分析, 进行锚杆受力变形分析时假设加筋体一直处于线弹性拉伸阶段, 水泥土和土体则处于线弹性剪切阶段, 且不考虑剪切模量在径向和轴向的分布变化, 即采用弹性模量  $E_t$  以及剪切模量  $G_b$  和  $G_m$  分别刻画钢筋以及水泥土和土体的变形特性。

考虑到工程锚杆的自由段地层可发生轴向变形, 且锚杆现场拉拔试验多将反力施加于锚固体直径以外的地层表面, 在受力变形分析模型中采用均布应力边界条件来近似模拟锚杆自由段地层和现场拉拔试验的反力对锚固段地层表面的约束状态 (图 1)。

锚杆锚固体在双界面承载下的变形模式如图 2 所示。其主要变形特征为锚杆单元横截面上的轴向位移从剪应力影响边界到筋体轴线沿径向逐渐增大, 并在两个界面上都发生相对位移。根据剪切位移法在桩基沉降计算应用中的研究结论<sup>[12-13]</sup>, 界面剪应力的影响半径可取为 5~10 倍的粘结体直径。



$u_t$ —筋体位移;  $u_{bt}$ —粘结体在 T-B 界面的轴向位移;  $u_{bm}$ —粘结体在 B-M 界面的轴向位移;  $u_m$ —地层基体在 B-M 界面的轴向位移;  $\delta_t$ —T-B 界面剪切位移;  $\delta_m$ —B-M 界面剪切位移。

图 2 锚杆单元的变形模式示意图

Fig. 2 Schematic of deformation mode of elementary anchor

### 1.2 界面剪应力的径向分布

筋体在拉拔力和 T-B 界面剪应力的作用下发生拉伸变形, 受力分析单元如图 3 (a) 所示。粘结体在 T-B 界面剪应力和 B-M 界面剪应力作用下发生剪切变形, 受力分析单元如图 3 (b) 所示, 双界面间剪应力径向分布为传统剪滞模型中的计算解答<sup>[12]</sup>, 表达式为

$$\tau_b(r) = \tau_t \frac{r_t}{r} \quad (1)$$

式中:  $\tau_b(r)$  为黏结体内剪应力的径向分布;  $\tau_t$  为 T-B 界面剪应力;  $r_t$  为筋体半径。

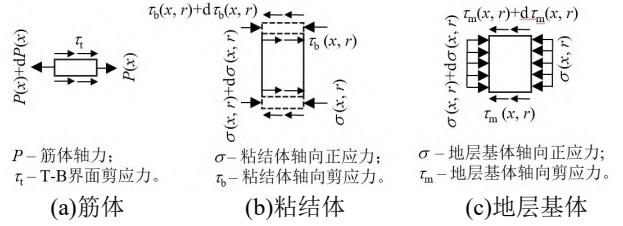


图 3 锚杆受力分析单元

Fig. 3 Force elements of anchor

地层基体在 B-M 界面剪应力影响半径内主要发生剪切变形, 但由于拉拔端地层表面受到压应力作用, 地层剪应力径向分布需要考虑正应力轴向分布的影响, 参考岩石锚杆变形分析中采用的改进剪滞模型<sup>[13]</sup>, 其分布函数可表示为

$$\tau_m(r) = \tau_b(A_r \frac{1}{r} - B_r r) \quad (2a)$$

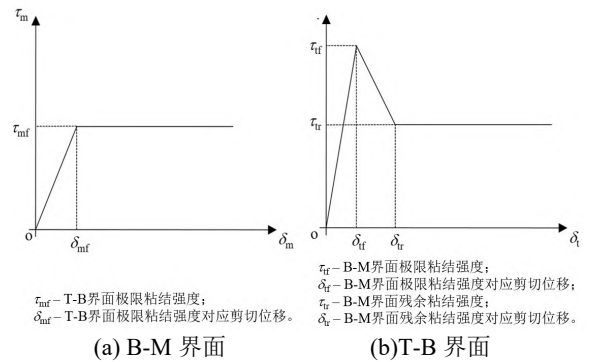
式中:  $\tau_m(r)$  为地层基体内剪应力的径向分布;  $\tau_b$  为 B-M 界面剪应力;  $A_r$  和  $B_r$  为系数, 可用粘结体半径和剪应力影响半径表示为

$$A_r = \left[ 1 + \frac{(r_t + t_b)^2}{(r_t + t_b + b_m)^2} \right] (r_t + t_b) \quad (2b)$$

$$B_r = \frac{1}{(r_t + t_b + b_m)^2} (r_t + t_b) \quad (2c)$$

### 1.3 双界面的界面剪切模型

笔者曾进行过不同含水量下砂浆-土体界面以及不同配比和龄期下水泥土-加筋体界面的承载特性测试, 发现了砂浆-土体界面特性在土体含水量较高时可用理想弹塑性界面剪切模型刻画<sup>[20]</sup>, 加筋体-水泥土界面特性则可简化为三折线的黏结滑移模型<sup>[21-22]</sup>。考虑到水泥土与水泥砂浆在材料配比以及凝结硬化过程等方面具有较强的相似性, 且广泛应用水泥土锚杆的软土地层一般具有较高的含水量, 故水泥土锚杆 B-M 界面剪切行为采用理想弹塑性模型, T-B 界面剪切行为则采用三折线模型刻画, 如图 4 所示。



(a) B-M 界面 (b) T-B 界面

图 4 水泥土锚杆双界面剪切模型

Fig. 4 Dual interface bond-slip models of soil mixing anchor

## 2 公式推导

由于拉拔力直接作用于锚杆筋体上, 在受力分析时以筋体作为主要对象, 对图 3 (a) 中筋体单元列出其拉伸应力应变关系以及静力平衡方程, 可以得到

$$P(x) = \pi r_t^2 E_t \frac{\partial u_t(x)}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{\partial P(x)}{\partial x} = 2\pi r_t \tau_t(x) \quad (4)$$

式中:  $P(x)$  为筋体在坐标  $x$  处的轴力;  $u_t(x)$  为筋体在坐标  $x$  处的位移;  $\tau_t(x)$  为坐标  $x$  处的 T-B 界面剪应力;  $r_t$  为筋体半径;  $E_t$  为筋体弹性模量。

联立式(3)和式(4), 可得

$$\frac{\partial^2 u_t(x)}{\partial x^2} = \frac{2}{r_t E_t} \tau_t(x) \quad (5)$$

为了方便公式推导, 统一采用切线法来表示 T-B 界面和 B-M 界面的界面剪切模型, 其示意图如图 5 所示, 相应的表达式为

$$\tau_t(x) = k_t \delta_t(x) + c_t \quad (6a)$$

$$\tau_m(x) = k_m \delta_m(x) + c_m \quad (6b)$$

式中:  $\tau_m(x)$  为坐标  $x$  处的 B-M 界面剪应力;  $\delta_t(x)$  和  $\delta_m(x)$  分别为坐标  $x$  处的 T-B 界面剪切位移和 B-M 界面剪切位移;  $k_t$  和  $c_t$  以及  $k_m$  和  $c_m$  分别为 T-B 界面模型和 B-M 界面模型上对应  $\delta_t(x)$  和  $\delta_m(x)$  的切线斜率以及该切线在界面剪应力轴上的截距。

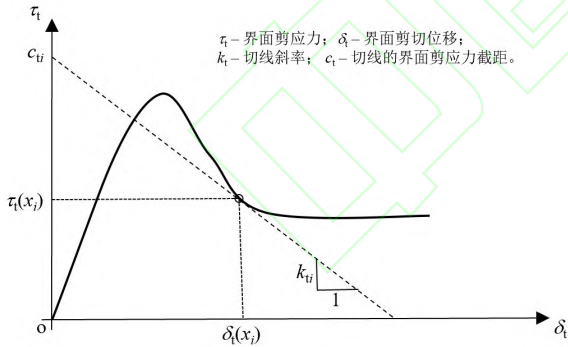


图 5 界面模型的切线法表示示意图

Fig. 5 Schematic of tangential form of interface model

由于 T-B 界面剪应力和 B-M 界面剪应力属于粘结体剪应力分布的边界条件, 根据式(1)有

$$\tau_m(x) = \tau_t(x) \frac{r_t}{r_t + t_b} \quad (6c)$$

假设 T-B 界面和 B-M 界面黏结滑移模型的函数表达式分别为

$$\tau_t(x) = f(\delta_t(x)) \quad (7a)$$

$$\tau_m(x) = g(\delta_m(x)) \quad (7b)$$

锚杆上任一点  $x_i$  对应的 T-B 界面模型切线参数  $k_{ti}$  和  $c_{ti}$  以及 B-M 界面模型切线参数  $k_{mi}$  和  $c_{mi}$  可分别表示为

$$k_{ti} = f'(\delta_t(x_i)) \quad (8a)$$

$$k_{mi} = g'(\delta_m(x_i)) \quad (8b)$$

$$c_{ti} = \tau_t(x_i) - \delta_t(x_i) f'(\delta_t(x_i)) \quad (9a)$$

$$c_{mi} = \tau_m(x_i) - \delta_m(x_i) g'(\delta_m(x_i)) \quad (9b)$$

根据图 2 中的变形模式, T-B 界面剪切位移  $\delta_t(x)$  和 B-M 界面剪切位移  $\delta_m(x)$  可分别表示为

$$\delta_t(x) = u_t(x) - u_{bt}(x) \quad (10a)$$

$$\delta_m(x) = u_{bm}(x) - u_m(x) \quad (10b)$$

式中:  $u_{bt}(x)$  和  $u_{bm}(x)$  分别为坐标  $x$  处黏结体在 T-B 界面和 B-M 界面的轴向位移;  $u_m(x)$  为坐标  $x$  处地层基体在 B-M 界面的轴向位移。

粘结体和地层基体的轴向位移来源于剪切变形在径向的累积, 不同半径处的轴向位移差可以采用剪滞模型计算, 因而粘结体在 T-B 界面和 B-M 界面的位移差, 以及地层基体在 B-M 界面剪应力影响半径内的累积位移, 可分别表示为

$$u_{bt}(x) - u_{bm}(x) = \int_{r_t}^{r_t+t_b} \frac{\tau_b(r)}{G_b} dr \quad (11a)$$

$$u_m(x) - 0 = \int_{r_t+t_b}^{r_t+t_b+b_m} \frac{\tau_m(r)}{G_m} dr \quad (11b)$$

式中:  $G_b$  和  $G_m$  分别为粘结体和地层基体的剪切模量;  $t_b$  为粘结体与筋体的半径差;  $b_m$  为 B-M 界面剪应力影响半径与粘结体的半径差。

联立式(1)和式(11a), 有

$$u_{bt}(x) - u_{bm}(x) = C_r \tau_t \quad (12a)$$

式中:  $C_r$  为与尺寸参数和粘结体剪切模量相关的系数, 表达式为

$$C_r = \frac{r_t}{G_b} \ln \frac{r_t+t_b}{r_t} \quad (12b)$$

联系式(2)和(11b), 有

$$u_m(x) - 0 = D_r \tau_t \quad (13a)$$

式中:  $D_r$  为与尺寸参数和地层基体剪切模量相关的系数, 表达式为

$$D_r = \frac{r_t}{G_m} \left[ \left( 1 + \frac{(r_t+t_b)^2}{(r_t+t_b+b_m)^2} \right) \ln \frac{r_t+t_b+b_m}{r_t+t_b} - 0.5 \left( 1 - \frac{(r_t+t_b)^2}{(r_t+t_b+b_m)^2} \right) \right] \quad (13b)$$

联立式(10)~式(13), 可以得到

$$\delta_t(x) = u_t(x) - \delta_m(x) - (C_r + D_r) \tau_t \quad (14)$$

将式(6)代入式(14), 可以得到锚杆 T-B 界面剪应力与筋体位移之间的关系式

$$\tau_{\text{t}}(x) = K_{\text{u}} u_{\text{t}}(x) + C_{\text{u}} \quad (15\text{a})$$

需要说明的是, 由于 $\tau_t - u_t$ 关系是进行荷载传递法 $t-z$ 分析的关键, 此处沿用荷载传递法中的表达形式, 其中 $K_n$ 和 $C_n$ 分别为

$$K_u = \frac{k_t k_m}{k_m + k_t \frac{r_t}{r_t + f_t} + k_t k_m C_r + k_t k_m D_r} \quad (15b)$$

$$C_u = \frac{c_t k_m + c_m k_t}{k_m + k_t \frac{r_t}{r_t + t_t} + k_t k_m C_r + k_t k_m D_r} \quad (15c)$$

将式(15)代入式(5)可得锚杆双界面受力变形分析的控制微分方程为

$$\frac{\partial^2 u_t(x)}{\partial x^2} = A_u u_t(x) + B_u \quad (16a)$$

式中:  $A_{ij}$ 和 $B_{ij}$ 为待定系数, 可分别表示为

$$A_u = \frac{2}{r_t E_t} K_u \quad (16b)$$

$$B_u = \frac{2}{r_t E_t} C_u \quad (16c)$$

需要注意的是,  $A_u$  和  $B_u$  的表达式中包含 T-B 界面和 B-M 界面的界面模型参数  $k_t$ 、 $c_t$  和  $k_m$ 、 $c_m$ , 这 4 个参数需要根据界面相对位移  $\delta_t(x)$  和  $\delta_m(x)$  来确定, 而界面相对位移的确定则需要筋体位移  $u_t(x)$ 。因此, 虽然微分方程式(16)在形式上为非齐次线性二阶偏微分显性方程, 但本质上为高度非线性的二阶偏微分隐性方程, 其解析或半解析求解涉及复杂的公式推导, 计算难度较大。考虑到微分方程待定系数的确定涉及迭代计算, 可以采用数值计算方法对方程进行求解。已有研究者将有限差分方法引入到岩石锚杆的受力变形分析计算中, 计算效果较好

$$\frac{1}{x_{i+1} - x_i} u_t(x_{i+1}) - \left( \frac{1}{x_{i+1} - x_i} + \frac{1}{x_i - x_{i-1}} + \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} A_u^i \right) u_t(x_i) + \frac{1}{x_i - x_{i-1}} u_t(x_{i-1}) - \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} B_u^i = 0 \quad (19)$$

相应地, 锚杆黏结段自由端(结点  $x_1$ )和受荷端(结点  $x_n$ )的边界条件可分别表示为

$$\frac{1}{x_2-x_1}u_t(x_2) - \left(\frac{1}{x_2-x_1} + \frac{x_2-x_1}{2}A_u^1\right)u_t(x_1) - \frac{x_2-x_1}{2}B_u^1 = 0 \quad (20)$$

$$\frac{P_{\text{pre}}}{\pi r_s^2 E_i} - \left( \frac{1}{x_n - x_{n-1}} + \frac{x_n - x_{n-1}}{2} A_u^n \right) u_t(x_n) + \frac{1}{x_n - x_{n-1}} u_t(x_{n-1}) - \frac{x_n - x_{n-1}}{2} B_u^n = 0 \quad (21)$$

式中： $P_{\text{pre}}$ 为作用在受荷端的拉拔力的预测值。

按照图 7 所示的求解流程图,根据式(18)~式(21)编制 Matlab 程序对方程进行迭代求解,其具体步骤如下。

<sup>[10-11]</sup>, 沿用该方法对方程式(16)进行有限差分数值求解。

### 3 模型解算

数值计算的基础是对锚杆的离散化处理,如图6所示,锚杆黏结段被 $n$ 个结点均匀分成了 $n-1$ 个单元微段,每个单元长度为 $L_a/(n-1)$ ,从自由端到拉拔端对结点进行编号,相应的第 $i$ 个结点的坐标可表示为

$$x_i = \frac{i-1}{n-1} L_a \quad (17)$$

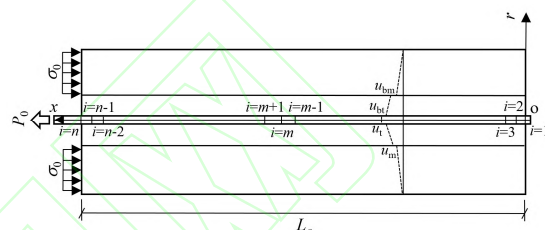


图 6 锚杆黏结段的离散化示意图  
Fig. 6 Schematic of anchor discretization

将式(16)转换成对应的有限差分形式的表达式,

如

$$\frac{\frac{u_t(x_{i+1}) - u_t(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \frac{u_t(x_i) - u_t(x_{i-1}))}{\frac{x_i - x_{i-1}}{2}} = A_u^i u_t(x_i) + B_u^i \quad (18)$$

式中： $A_{ij}^i$ 和 $B_{ij}^i$ 分别为 $A_{ij}$ 和 $B_{ij}$ 对应坐标 $x_i$ 的取值。

按照结点位移顺序对式(18)进行整理, 有

$$\frac{1}{x_{i+1} - x_i} u_t(x_{i+1}) - \left( \frac{1}{x_{i+1} - x_i} + \frac{1}{x_i - x_{i-1}} + \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} A_u^i \right) u_t(x_i) + \frac{1}{x_i - x_{i-1}} u_t(x_{i-1}) - \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} B_u^i = 0 \quad (19)$$

$$\frac{1}{x_2-x_1}u_t(x_2) - \left(\frac{1}{x_2-x_1} + \frac{x_2-x_1}{2}A_u^1\right)u_t(x_1) - \frac{x_2-x_1}{2}B_u^1 = 0 \quad (20)$$

$$\frac{P_{\text{pre}}}{\pi r_s^2 E_i} - \left( \frac{1}{x_n - x_{n-1}} + \frac{x_n - x_{n-1}}{2} A_u^n \right) u_t(x_n) + \frac{1}{x_n - x_{n-1}} u_t(x_{n-1}) - \frac{x_n - x_{n-1}}{2} B_u^n = 0 \quad (21)$$

式中： $P_{\text{pre}}$ 为作用在受荷端的拉拔力的预测值。

按照图 7 所示的求解流程图,根据式(18)~式(21)编制 Matlab 程序对方程进行迭代求解,其具体步骤如下。

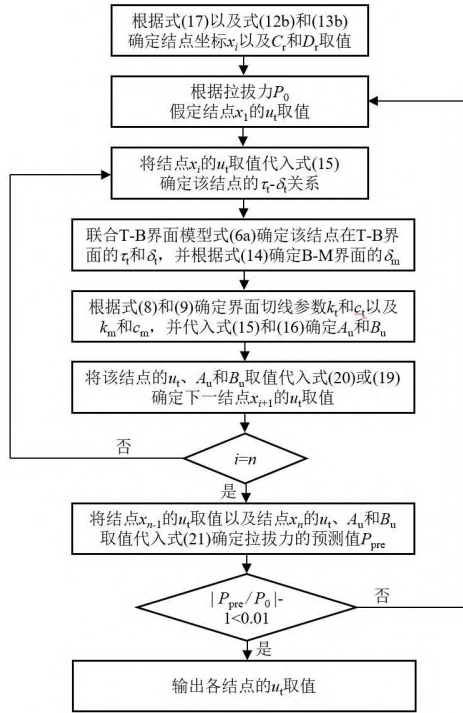


图7 锚杆荷载传递方程的求解流程

Fig. 7 Flowchart of solving load-transfer equation of anchor

1) 根据离散分段数由式(17)确定每个结点的坐标  $x_i$ ; 将材料参数和尺寸参数代入式(12b)和(13b)确定参数  $C_r$  和  $D_r$  的取值, 值得说明的是, 这两个参数取值与结点坐标无关。

2) 根据拉拔力  $P_0$  假定锚杆黏结段自由端的筋体位移  $u_t(x_1)$ , 将其代入式(15)确定  $\tau_t(x_1)$ - $\delta_t(x_1)$  的关系, 联合 T-B 界面黏结滑移模型的函数表达式, 即式(6a), 确定结点  $x_1$  处对应的 T-B 界面剪应力  $\tau_t(x_1)$  和界面剪切位移  $\delta_t(x_1)$ ; 将 T-B 界面剪切位移  $\delta_t(x_1)$  代入式(14)确定 B-M 界面剪切位移  $\delta_m(x_1)$ ; 将界面剪切位移  $\delta_t(x_1)$  和  $\delta_m(x_1)$  代入式(8)和式(9)确定切线参数  $k_{t1}$  和  $c_{t1}$  以及  $k_{m1}$  和  $c_{m1}$ , 并代入式(15)和(16)确定参数  $A_u^1$  和  $B_u^1$ ; 将  $u_t(x_1)$ 、 $A_u^1$  和  $B_u^1$  代入式(20)确定  $u_t(x_2)$ 。

3) 根据  $u_t(x_2)$  的取值, 重复步骤 2) 确定参数  $A_u^2$  和  $B_u^2$ ; 将  $u_t(x_1)$ 、 $u_t(x_2)$  以及  $A_u^1$  和  $B_u^2$  的值代入式(19)求得  $u_t(x_3)$  的取值。

4) 重复步骤 2) 和步骤 3), 通过迭代式(19)求得其他结点的参数  $A_u^i$  和  $B_u^i$ , 以及位移  $u_t(x_i)$  的取值。

5) 将  $u_t(x_{n-1})$ 、 $u_t(x_n)$  以及  $A_u^n$  和  $B_u^n$  的值代入式(21)求得  $P_{pre}$  的取值; 按式(22)评估拉拔力预测值  $P_{pre}$  与实际值  $P_0$  的误差。

$$|P_{pre}/P_0 - 1| < 0.01 \quad (22)$$

若式(22)成立, 则输出所有结点位移  $u_t(x_i)$ ; 否则, 更新步骤 2) 中的  $u_t(x_1)$  的假定值, 重复步骤 2)~步骤 5), 直到式(22)得到满足。

6) 将求得的结点位移  $u_t(x_i)$ 、界面剪应力  $\tau_t(x_i)$  代入式(5)的有限差分形式确定锚杆筋体的轴力分布。

## 4 计算参数的试验确定

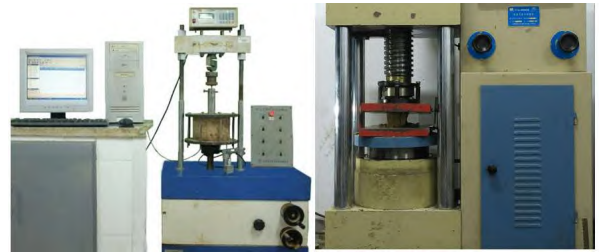
### 4.1 试验方案介绍

为了对提出的荷载传递分析框架的有效性进行验证, 分别开展了单元体尺度和大尺度的水泥土中钢管拉拔试验, 两个尺度的试样尺寸参数如表 1 所示。

表1 两个尺度的水泥土锚杆拉拔试验的试样尺寸参数  
Table 1 Dimensions of testing specimens of soil mixing anchor in two scales

| 尺度  | 黏结长度/mm | 钢管外径/mm | 钢管内径/mm | 试样直径/mm | 筋体/水泥土直径比 |
|-----|---------|---------|---------|---------|-----------|
| 单元体 | 100     | 40      | 30      | 200     | 0.2       |
| 模型  | 800     | 40      | 30      | 250     | 0.16      |

值得说明的是, 为了消除试样套筒的边界效应, 试样的筋体与水泥土直径比均不高于 0.2<sup>[21-22]</sup>。两种尺度的试验采用相同的水泥土(20%水泥掺入比, 65%含水量以及 28 d 养护龄期)和筋体(直径 40 mm 的光面钢管), 前者作为锚固界面特性测试用以确定界面模型参数, 后者作为模型试验用以验证分析框架对拉拔响应预测的准确性。需要说明的是, 考虑到水泥土锚杆 B-M 界面滑移量测可控性难以保证, 水泥土内剪切带的变形发展同样适用该变形模式, 试验未进行 B-M 界面变形量测, 而是将 T-B 界面剪切带与非剪切带形成的变形差异界面作为 B-M 替代界面处理。此外, 为了确定水泥土材料的力学参数, 进行了水泥土的无侧限压缩试验。上述试验现场如图 8 所示, 具体试验步骤可参阅作者前期研究报道<sup>[21-22]</sup>, 此处不再赘述。



(a) 锚杆单元体拉拔试验 (b) 水泥土无侧限压缩试验



(c) 水泥土锚杆拉拔模型试验

图 8 水泥土锚杆试验现场

Fig. 8 Laboratory view of tests of soil mixing anchor

## 4.2 筋体与水泥土力学参数

水泥土无侧限压缩试验测得 3 个平行试样的压力-位移曲线如图 9 所示, 根据曲线峰值点和线性段斜率计算水泥土的强度和变形参数。需要说明的是, 模型计算中水泥土弹性模量取用平行试样试验结果的均值, 水泥土剪切模量根据弹性模量和泊松比推算求得<sup>[23]</sup>; 试验用钢管为商用采购品, 其钢材弹性模量在产品出厂参数中给出, 依据截面等效刚度原则, 钢管弹性模量可由钢材弹性模量确定, 具体参数取值如表 2 所示。

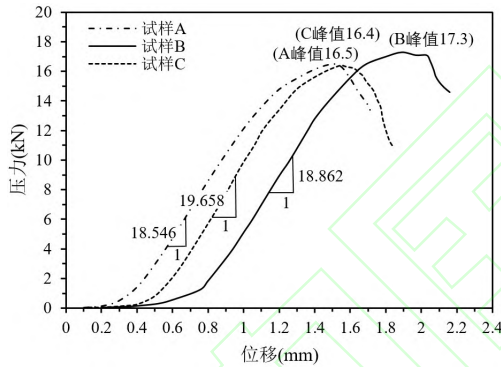


图 9 水泥土平行试样的压力-位移曲线

Fig. 9 Compression-displacement curves of parallel specimens of cemented soils

表 2 筋体和水泥土力学参数取值

Table 2 Mechanical parameters of tested reinforcement and cemented soils

| 材料  | 屈服强度 /MPa | 拉伸模量 $E_t$ /GPa | 抗压强度 /MPa | 弹性模量 $E_m$ /MPa | 剪切模量 $G_m$ /MPa |
|-----|-----------|-----------------|-----------|-----------------|-----------------|
| 钢管  | 335       | 91.87           | NA        | NA              | NA              |
| 水泥土 | NA        | NA              | 3.35      | 269.05          | 126.91          |

注: NA 表示未对该性质进行测试。

## 4.3 锚固界面模型参数

水泥土锚杆单元体拉拔试验测得的界面黏结滑移曲线, 如图 10 所示。可以发现, 两个平行试样的曲线较为接近, 表明试样的一致性控制较好, 可取用均值曲线刻画界面特性。考虑到上述公式推导中界面模型已采用切线法表示, 采用三折线模型对

均值曲线进行拟合, 如图 10 所示, 获得界面模型参数取值如表 3 所示。

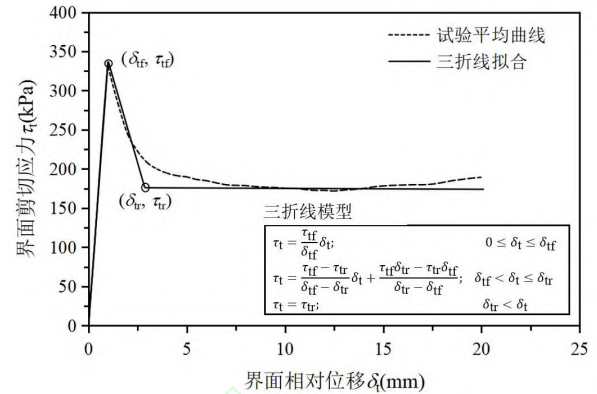


图 10 界面模型拟合均值曲线

Fig. 10 Fitting of interface model on averaged testing curve

表 3 界面模型参数取值

Table 3 Values for interface model parameters

| $\tau_t$ /kPa | $\delta_{tr}$ /mm | $\tau_{tr}$ /kPa | $\delta_{tf}$ /mm |
|---------------|-------------------|------------------|-------------------|
| 336.22        | 0.99              | 178.87           | 3.05              |

## 5 模型试验结果对比

上述水泥土锚杆试验中所用的锚杆试样未引入岩土体, 即锚固界面只涉及 T-B 界面。考虑到锚杆拉拔过程中, 水泥土在 T-B 界面附近会形成一定厚度的剪切带。为了匹配双界面荷载传递分析框架的变形模式, 将剪切带内水泥土看作图 2 中的黏结体, 将剪切带外的水泥土看作岩土体, 剪切带内外边界上不发生滑移。结合界面和水泥土特性测试所获得的力学参数, 以及模型试验的尺寸参数, 应用本文所提出荷载传递分析框架对水泥土锚杆模型试验的拉拔力学响应进行预测。预测结果与量测结果进行对比, 如图 11 所示。

从图 11 (a) 可以看出拉拔力-钢管加载端相对位移曲线的计算结果与量测数据的整体走势比较吻合, 同一拉拔力对应的相对位移量测比计算值偏大。这种偏差产生的原因可能在于直接采用无侧限压缩试验数据作为水泥土压缩模量可能会高估水泥土的变形模量。值得说明的是, 拉拔力-钢管自由端位移计算曲线与量测数据更为接近, 考虑到该曲线本质上是界面黏结滑移模型在更大尺度下的宏观表现, 表明单元拉拔试验测得的界面黏结特性可以较准确地反映模型试验中的实际界面行为。由图 11 (b) 可以看出, 根据模型计算得到的钢管轴力分布与量测数据吻合良好, 在拉拔力较小时, 轴力计算值略低于量测值, 在拉拔力接近峰值并在峰值后

下降时, 轴力计算值则略高于量测值。由于较小的拉拔力对应界面最大剪应力尚未达到界面粘结强度, 峰值附近的拉拔力对应界面最大剪应力已经达到界面粘结强度且部分处于界面软化阶段, 因此可以判断采用界面黏结滑移模型在弹性段会高估界面实际剪应力, 在软化段则会低估界面实际剪应力。整体来看, 轴力分布的计算值和量测值差异不大, 说明采用锚杆单元拉拔的界面测试结果来刻画模型试验中的界面黏结特性是可以接受的。

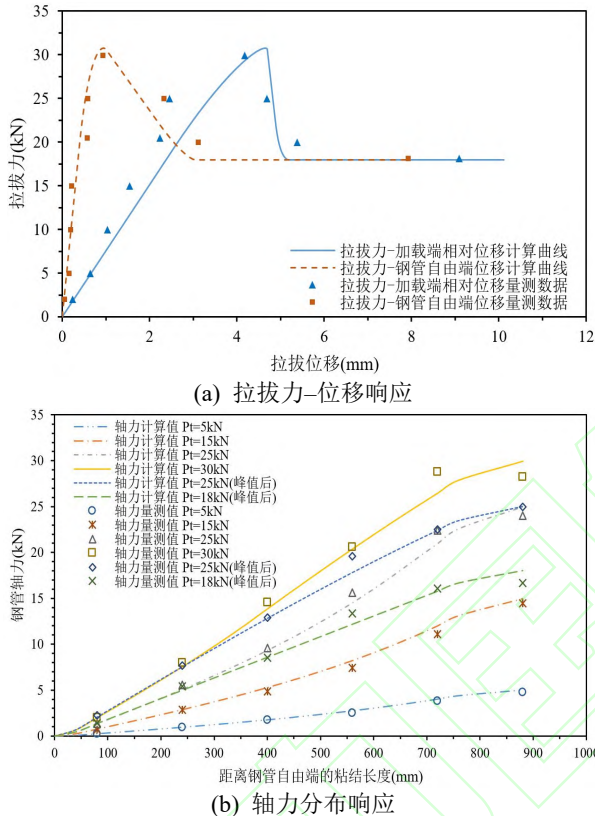


图 11 锚杆力学响应预测-量测对比

Fig. 11 Comparison between predictions and measurements for mechanical response of soil mixing anchor

表 4 比较了模型试验中钢管极限拉拔力及对应相对位移的计算值和量测值。可以看出, 基于界面单元测试结果, 提出的水泥土锚杆双界面荷载传递分析模型可以较准确地预测筋体的极限拉拔力, 预测偏差低于 5%。此外, 达到极限拉拔力所需的加载端相对位移的计算偏差低于 15%, 说明所采用的改进剪滞模型对水泥土实际变形响应的刻画效果大致可以接受, 但仍有进一步优化空间。

表 4 锚杆极限拉拔力及对应位移的计算值与量测值对比  
Table 4 Comparison between predictions and measurements for ultimate pullout resistance and corresponding displacement

| 数值  | 极限拉拔力/kN | 加载端相对位移/mm |
|-----|----------|------------|
| 量测值 | 30       | 4.18       |
| 计算值 | 30.79    | 4.65       |
| 偏差  | 2.6%     | 11.2%      |

## 6 结论

提出一种可以考虑界面滑移耦合的水泥土锚杆双界面承载受力变形分析方法。通过开展水泥土锚杆单元体界面测试和水泥土力学试验确定了该方法中所需计算参数, 并进一步开展水泥土锚杆拉拔模型试验对该方法对锚杆拉拔响应的预测效果进行了对比分析。主要结论包括:

- 1) 锚固界面强度的发挥程度由界面两侧材料的相对位移决定, 由于剪应力在界面两侧的连续性, 界面两侧材料的变形存在明显的耦合效应。
- 2) 界面剪应力在径向的传播与分布会受到正应力轴向分布的影响, 计算剪切变形时应应对剪滞模型进行修正。
- 3) 基于切线法的界面剪切模型可对理想弹塑性和应变软化等不同锚固界面的黏结滑移特性进行统一表达, 从而有效提高锚杆荷载传递模型的解算效率。
- 4) 水泥土锚杆双界面承载分析方法可以有效连接基于锚杆拉拔的单元体界面测试结果和大尺度模型试验结果, 从而建立从单元体尺度锚固界面特性到大尺度锚杆拉拔响应的分析框架和预测模型, 可为水泥土锚杆设计计算理论提供有效指导和必要参考。

## 参考文献:

- [1] 王树仁, (澳)保罗·黑根(Paul C. Hagan), (澳)曹晨. 岩体锚固与岩土工程新进展[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016: 1-18.
- [2] WANG S R, HAGAN P C, CAO C. Advances in rock-support and geotechnical engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016: 1-18. (in Chinese)
- [3] 匡政, 张明义, 白晓宇, 等. 风化岩地基GFRP抗浮锚杆力学与变形特性现场试验[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(10): 1882-1892.
- [4] KUANG Z, ZHANG M Y, BAI X Y, et al. Field tests on mechanics and deformation properties of GFRP anti-floating anchors in decomposed rock foundation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(10): 1882-1892. (in Chinese)
- [5] 李金峰, 张景科, 王南, 等. 夯筑土遗址木锚杆四锚系统锚固机制物理模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(11): 2321-2331.
- [6] LI J F, ZHANG J K, WANG N, et al. Physical model test

- on working mechanisms of an anchor group system with four wood bolts in rammed earthen sites [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(11): 2321-2331. (in Chinese)
- [4] MA S Q, NEMCIK J, AZIZ N. An analytical model of fully grouted rock bolts subjected to tensile load [J]. Construction and Building Materials, 2013, 49: 519-526.
- [5] 加筋水泥土桩锚技术规程: CECS 147—2016 [S]. 北京: 中国计划出版社, 2016.
- Technical specification for soil mass with reinforced cement soil pile and anchors: CECS 147-2016 [S]. Beijing: China Planning Press, 2016. (in Chinese)
- [6] 黄明华, 李嘉成, 赵明华, 等. 层状地基中锚杆拉拔荷载传递非线性分析[J]. 中国公路学报, 2019, 32(1): 12-20, 56.
- HUANG M H, LI J C, ZHAO M H, et al. Nonlinear analysis on load transfer mechanism of bolts in layered ground [J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32(1): 12-20, 56. (in Chinese)
- [7] 何栋梁, 杨伟军, 林杭, 等. 拉-剪状态下锚固节理剪切强度与破坏模式分析[J]. 公路交通科技, 2019, 36(4): 95-101.
- HE D L, YANG W J, LIN H, et al. Analysis on shear strength and failure mode of anchored joint under tensile-shear load [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2019, 36(4): 95-101. (in Chinese)
- [8] 郭锐剑, 谌文武, 段建, 等. 考虑界面软化特性的土层锚杆拉拔受力分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(10): 4003-4009.
- GUO R J, CHEN W W, DUAN J, et al. Pullout mechanical analysis of soil anchor based on softening behavior of interface [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, 43(10): 4003-4009. (in Chinese)
- [9] 黄明华, 李嘉成, 赵明华, 等. 岩体离层作用下锚杆受力特性全历程分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(9): 2177-2184.
- HUANG M H, LI J C, ZHAO M H, et al. Full-range analysis on mechanical characteristics of bolts in rock mass with bedding separation [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(9): 2177-2184. (in Chinese)
- [10] MA S Q, NEMCIK J, AZIZ N, et al. Analytical model for rock bolts reaching free end slip [J]. Construction and Building Materials, 2014, 57: 30-37.
- [11] MA S Q, ZHAO Z Y, NIE W, et al. A numerical model of fully grouted bolts considering the tri-linear shear bond-slip model [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2016, 54: 73-80.
- [12] 杨嵘昌, 宰金珉. 广义剪切位移法分析桩-土-承台非线性共同作用原理[J]. 岩土工程学报, 1994(6): 103-116.
- YANG R C, ZAI J M. The principle of the generalized shear displacement method for analyzing the nonlinear interaction of pile-soil-pilecap [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994(6): 103-116. (in Chinese)
- [13] CAI Y, ESAKI T, JIANG Y J. A rock bolt and rock mass interaction model [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(7): 1055-1067.
- [14] YIN J H, HONG C Y, ZHOU W H. Simplified analytical method for calculating the maximum shear stress of nail-soil interface [J]. International Journal of Geomechanics, 2012, 12(3): 309-317.
- [15] FABRIS C, SCHWEIGER H F, PULKO B, et al. Numerical simulation of a ground anchor pullout test monitored with fiber optic sensors [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2021, 147(2): 04020163.
- [16] 岩土锚杆与喷射混凝土支护工程技术规范: GB 50086—2015 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社.
- Technical code for engineering of ground anchorages and shotcrete support: GB 50086-2015 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press. (in Chinese)
- [17] 宋洋, 王贺平, 许怀玉, 等. 全长黏结锚杆锚-浆界面应力的分布规律[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2019, 41(4): 44-50.
- SONG Y, WANG H P, XU H Y, et al. Analysis of stress distribution patten along the anchor-slurry interface of full-length bond anchor [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2019, 41(4): 44-50. (in Chinese)
- [18] 任非凡, 徐超, 谌文武. 多界面复合锚杆荷载传递机制的数值模拟[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2011, 39(12): 1753-1759.
- REN F F, XU C, CHEN W W. Numerical simulation on load transfer mechanism of multi-interface composite rockbolt [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2011, 39(12): 1753-1759. (in Chinese)
- [19] 陈昌富, 梁晓腾, 张根宝. 考虑土体变形与界面剪切耦合作用锚杆拉拔响应[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(23): 276-280.
- CHEN C F, LIANG X T, ZHANG G B. Pullout response of anchor under coupled effect of soil deformation and interface shear [J]. Science Technology and Engineering,

2018, 18(23): 276-280. (in Chinese)

- [20] ZHANG G B, CHEN C F, ZORNBERG J G, et al. Interface creep behavior of grouted anchors in clayey soils: effect of soil moisture condition [J]. *Acta Geotechnica*, 2020, 15(8): 2159-2177.
- [21] CHEN C F, ZHANG G B, ZORNBERG J G, et al. Interface behavior of tensioned bars embedded in cement-soil mixtures [J]. *Construction and Building Materials*, 2018, 186: 840-853.
- [22] CHEN C, ZHANG G, ZORNBERG J G, et al. Interface bond behavior of tensioned glass fiber-reinforced polymer (GFRP) tendons embedded in cemented soils [J]. *Construction and Building Materials*, 2020, 263: 120132.
- [23] 陈甦, 彭建忠, 韩静云, 等. 水泥土强度的试件形状和尺寸效应试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2002, 24(5): 580-583.
- CHEN S, PENG J Z, HAN J Y, et al. Experimental research on the shape and size effect of cement-stabilized soil specimen strength [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2002, 24(5): 580-583. (in Chinese)